

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**206-MATEMÁTICAS II**  
EBAU2021 - JUNIO

**OBSERVACIONES IMPORTANTES:** Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

**1:** Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro  $a$ :

$$\begin{cases} ax + y + z = 4 \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + z = a+2 \end{cases}$$

- [0,75 p.]** Determine para qué valores de  $a$  el sistema tiene solución única.
- [1 p.]** Determine para qué valor de  $a$  el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.
- [0,75 p.]** Determine para qué valor de  $a$  el sistema no tiene solución.

**2:** Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- [1,5 p.]** Compruebe que la matriz  $A$  es regular (o inversible) y calcule su inversa.
- [1 p.]** Resuelva la ecuación matricial  $AX - B = C^t$ , donde  $C^t$  denota la matriz traspuesta de  $C$ .

**3:** En este ejercicio se puede utilizar el resultado del apartado a) para realizar el apartado b), aun en el caso en que no se sepa realizar el apartado a).

Se quiere diseñar una lata de refresco de forma cilíndrica, con tapas inferior y superior. El material para las tapas tiene un coste de 5 euros cada  $\text{cm}^2$  y el material para el resto del cilindro tiene un coste de 3 euros cada  $\text{cm}^2$ .

- [1 p.]** Si denotamos por  $x$  el radio de las tapas y por  $y$  la altura de la lata, demuestre que el coste total del material necesario para construir dicha lata viene dado por  $10\pi x^2 + 6\pi xy$ .
- [1,5 p.]** Si el volumen de la lata es  $90\pi \text{cm}^3$ , determine sus dimensiones (radio y altura) para que el coste del material sea mínimo.

**El examen continúa por detrás**

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**206-MATEMÁTICAS II**  
EBAU2021 - JUNIO

4: En este ejercicio las cuestiones a) y b) son totalmente independientes.

a) [1 p.] Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ .

b) [1,5 p.] Calcule la integral indefinida  $\int x^2 \ln(x) dx$ . Determine la primitiva de la función  $f(x) = x^2 \ln(x)$  cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas  $(1, 0)$ .

5: Considere los planos de ecuaciones  $\pi_1 : x - y + z = 0$  y  $\pi_2 : x + y - z = 2$ .

a) [1 p.] Compruebe que los planos se cortan y calcule la ecuación de la recta  $r$  determinada por la intersección de ambos planos.

b) [1,5 p.] Compruebe que el punto  $A = (3, 2, 1)$  no está en  $\pi_1$  ni en  $\pi_2$  y calcule la ecuación del plano  $\pi_3$  que contiene a la recta  $r$  y pasa por el punto  $A$ .

6: En este ejercicio las cuestiones a) y b) son totalmente independientes.

Considere los puntos  $A = (a, 4, 3)$ ,  $B = (0, 0, 5)$  y  $C = (0, 3, -1)$ .

a) [1 p.] Calcule los valores de  $a$  para los cuales el triángulo  $\widehat{ABC}$  tiene un ángulo recto en el vértice  $A$ .

b) [1,5 p.] Tomando el valor de  $a = 3$ , determine la ecuación del plano que pasa por los puntos  $A$  y  $B$  y es paralelo a la recta dada por 
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

7: Un estudio revela que el 10% de los hombres son daltónicos y que el 1% de las mujeres son daltónicas. Según los datos de las Naciones Unidas, en el mundo hay actualmente un 50,5% de hombres y un 49,5% de mujeres. Determine:

a) [1 p.] La probabilidad de que una persona elegida al azar sea daltónica.

b) [1 p.] Si una persona es daltónica, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

c) [0,5 p.] ¿Son independientes los sucesos "ser una persona daltónica" y "ser mujer"?

8: En este ejercicio trabaje con 4 decimales para las probabilidades.

La velocidad de los vehículos en una autopista con límite de velocidad de 120 km/h sigue una distribución normal de media  $\mu$  km/h y desviación típica  $\sigma = 10$  km/h. Se sabe que el 69,15% de los vehículos no sobrepasan la velocidad de 130 km/h.

a) [0,75 p.] Calcule la media de esta distribución.

b) [0,75 p.] ¿Cuál es el porcentaje de vehículos que no sobrepasan la velocidad máxima permitida?

c) [1 p.] La DGT establece una multa de 100 euros a los vehículos que viajan entre 120 y 150 km/h ¿Cuál es la probabilidad de ser sancionado con dicha multa?



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**206-MATEMÁTICAS II**  
EBAU2021 - JUNIO

### CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

#### OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

#### OBSERVACIONES PARTICULARES:

##### CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

**Apartado a)** Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene solución única (SCD) para todo valor de  $a$  distinto de 1 y de  $-1$  [0,75 p.].

**Apartado b)** Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene infinitas soluciones (SCI) cuando  $a = -1$  [0,5 p.]. Cálculo correcto de dicha solución dependiente de un parámetro [0,5 p.].

**Apartado c)** Justificación correcta y razonada de que el sistema no tiene solución (SI) cuando  $a = 1$  [0,75 p.].

##### CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

**Apartado a)** Justificación de que  $A$  es una matriz regular [0,5 p.]. Cálculo correcto de su matriz inversa [1 p.].

**Apartado b)** Expresión correcta de  $X$  en términos  $A^{-1}$ ,  $B$  y  $C^t$  [0,5 p.]. Cálculo correcto de la solución numérica [0,5 p.].

##### CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto de las áreas de las tapas y del área lateral en términos de  $x$  y de  $y$  [0,5 p.].

Cálculo correcto del coste total del material en términos de  $x$  y de  $y$  [0,5 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto de la función a minimizar en términos de una única variable  $x$  o  $y$  [0,25 p.]. Cálculo correcto de la derivada de la función a minimizar [0,25 p.].

Cálculo correcto del único punto crítico de la función a minimizar (y candidato a ser mínimo)  $x = 3$  o  $y = 10$  [0,25 p.]. Justificación de que se trata de un punto de mínimo [0,5 p.].

Cálculo de la dimensiones de la lata: radio =  $x = 3$  y altura =  $y = 10$  [0,25 p.].



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
**206-MATEMÁTICAS II**  
EBAU2021 - JUNIO

**CUESTIÓN 4:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado del límite, resolviendo la indeterminación  $\infty - \infty$  [1 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1,25 p.]. Determinación correcta de la constante de integración [0,25 p.].

**CUESTIÓN 5:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Comprobación de que los dos planos se cortan en una recta y cálculo correcto de la ecuación de dicha recta [1 p.].

**Apartado b)** Comprobación de que el punto  $A$  no pertenece a ninguno de los dos planos [0,5 p.]. Cálculo correcto y razonado de la ecuación del plano pedido [1 p.].

**CUESTIÓN 6:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Justificación correcta y razonada de que el triángulo  $\widehat{ABC}$  tiene un ángulo recto en  $A$  para los valores de  $a = \pm 2$ . [1 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto y razonado de la ecuación del plano pedido [1,5 p.].

**CUESTIÓN 7:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].

**Apartado c)** Justificación de que los sucesos no son independientes [0,5 p.].

**CUESTIÓN 8:** [2,5 p.]

**Apartado a)** Cálculo correcto y justificado de la media [0,75 p.].

**Apartado b)** Cálculo correcto y justificado del porcentaje pedido [0,75 p.].

**Apartado c)** Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].