

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 5

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

1. Se quiere enviar una fecha codificada. Para ello se considera el vector de tres componentes $X = (d \ m \ a)$, en el cual d expresa el día, m el mes y a el año. Seguidamente, se realiza la operación $X \cdot A + B$, donde A y B son las matrices

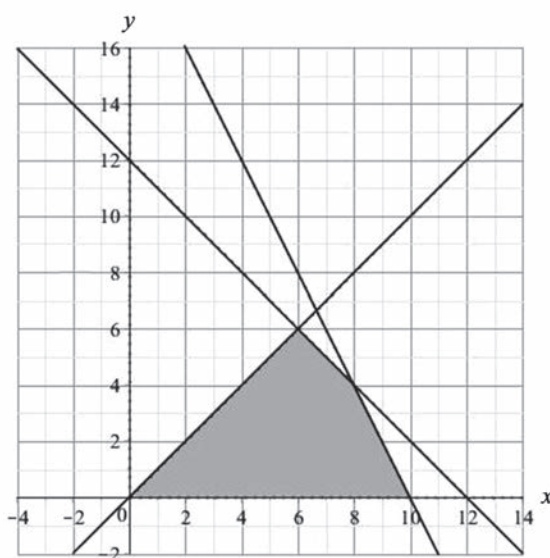
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = (5 \ -5 \ 5).$$

El resultado de esta operación es el vector codificado que enviamos.

- a) Si la fecha que se quiere enviar es el 1 de enero de 2019, es decir, si $X = (1 \ 1 \ 2019)$, ¿cuál es el vector codificado que se enviará? [0,75 puntos]
- b) Si el vector codificado que ha llegado es $(2036 \ 1 \ -13)$, ¿cuál es la fecha sin codificar? [1,25 puntos]
2. Para la campaña de este verano, una tienda de deportes que vende patinetes eléctricos espera vender 40 patinetes a un precio de 1.000 € por patinete. Según un estudio de mercado, la relación entre el número de veces que se rebaja el precio del patinete en 50 € y el número de patinetes vendidos es lineal, y, por cada 50 € de rebaja en el precio de venta de cada patinete, habrá un incremento de las ventas de 10 patinetes más.
- a) Escriba la función de ingresos de la tienda en función del número de veces que rebaje en 50 € el precio inicial de 1.000 € del patinete. [1 punto]
- b) Encuentre cuál debe ser el precio del patinete para obtener los ingresos máximos. Encuentre también el número de patinetes que se venderán y los ingresos que se obtendrán con este precio. [1 punto]
3. Se prevé un cambio importante en la población de una determinada zona por cuestiones medioambientales. El número de habitantes de la zona, en millones, vendrá dado por la función $P(t) = \frac{t^2 + 28}{(t + 2)^2}$, donde t mide el tiempo en años desde el momento actual ($t = 0$).
- a) Diga cuál es el número de habitantes de la zona actualmente y cuál será este número a muy largo plazo. [1 punto]
- b) ¿En qué momento se llegará al número mínimo de habitantes? ¿Cuántos habitantes habrá en ese momento? ¿Cuál es el número máximo de habitantes que se alcanza en esta zona? [1 punto]

4. En tres sorteos consecutivos de la Lotto 6/49 ha habido 51 personas que han acertado los 6 números de la combinación ganadora en alguno de los tres sorteos. El número de personas que acertaron la combinación ganadora en el tercer sorteo es la mitad del total de personas que la acertaron en los dos primeros sorteos juntos. También sabemos que el número de personas que acertaron la combinación ganadora en el primer sorteo supera en 11 el total de personas que la acertaron en el segundo y en el tercer sorteos juntos. Con estos datos, calcule cuántas personas acertaron la combinación ganadora de la Lotto 6/49 en cada uno de los tres sorteos. [2 puntos]
5. Considere una función $f(x)$ cuya primera derivada es $f'(x) = 2x^2 + bx + 4$, donde b es un parámetro real.
- a) Determine el valor de b para que $f(x)$ tenga un extremo relativo en $x = -1$ y razone si se trata de un máximo o de un mínimo. [1 punto]
- b) Si se sabe que la gráfica de la función $f(x)$ pasa por el punto $(0, 3)$, encuentre la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en este punto. [1 punto]
6. Un horno artesano hace dos tipos de panecillos, los integrales y los de cereales. En su elaboración, además de la harina correspondiente, se usa levadura de masa madre y agua. La cantidad de levadura de masa madre y de agua que se utiliza en la elaboración de cada panecillo depende de si se trata de un panecillo integral o de cereales.

Se quiere saber cuántos panecillos de cada tipo se pueden hacer. Después de comprobar la cantidad de masa madre y de agua de que se dispone, y teniendo en cuenta que la cantidad de panecillos de cereales no puede superar la de panecillos integrales, se obtiene la siguiente región con todas las posibilidades.



En el gráfico, el eje de las x representa el número de panecillos integrales y el de las y , el número de panecillos de cereales.

- a) Escriba las inecuaciones que dan lugar a esta región factible. [1 punto]
- b) Si los panecillos integrales se venden a 8 € cada unidad y los de cereales a 10 €, ¿cuántos panecillos de cada tipo se tienen que vender para obtener los máximos ingresos? ¿Cuáles son estos máximos ingresos? [1 punto]

