

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Estructura de la prueba: la prueba se compone de dos opciones "A" y "B", cada una de las cuales **consta de cuatro preguntas** que, a su vez, comprenden varias cuestiones. Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

Puntuación: la calificación máxima total será de 10 puntos, estando indicada en cada pregunta su puntuación parcial.

Tiempo: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1

Considere la siguiente matriz dependiente del parámetro real a : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & a \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- (1,5 puntos) Estudie para que valores de a la matriz es invertible.
- (1,5 puntos) Calcule la matriz inversa para $a = 0$.

Ejercicio 2

Considérese la región del plano S definida por:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x + y \geq 1 ; 3x + y \leq 3 ; x \geq 0 ; y \geq 0 \}$$

- (1 punto) Representétese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
- (1 punto) Determinéense los puntos en los que la función $f(x, y) = x - 2y$ alcanza sus valores máximo y mínimo en S , indicando el valor de f en dichos puntos.

Ejercicio 3

Considere la función real de variable real $f(x) = \frac{1}{1-x}$

- (1,5 puntos) Determine el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
- (1,5 puntos) Estudie las asíntotas de f .

Ejercicio 4

La AMPA de un colegio está constituida por 18 madres y 7 padres. Se eligen al azar dos personas para formar parte de una mesa. Calcule la probabilidad de que:

- (1 punto) sean del mismo sexo.
- (1 punto) sean dos madres sabiendo que son del mismo sexo.

OPCIÓN B

Ejercicio 1

Considere el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - z = 1 \\ x + ay - z = 1 \\ ax + 4y - 2z = 2 \end{array} \right\}$$

- a) (1,5 puntos) Discútalos en función de a .
- b) (1,5 puntos) Resuélvalos para $a = 2$.

Ejercicio 2

Considere la función real de variable real $f(x) = \ln(x + 1)$ (donde \ln representa el logaritmo neperiano)

- a) (1 punto) Obtenga la derivada de la función y justifique si f tiene algún valor máximo
- b) (1 punto) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x=0$

Ejercicio 3

Considere la función real de variable real $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x}{1-x} & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- a) (1,5 puntos) Estudie la continuidad de f .
- b) (1,5 puntos) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

Ejercicio 4

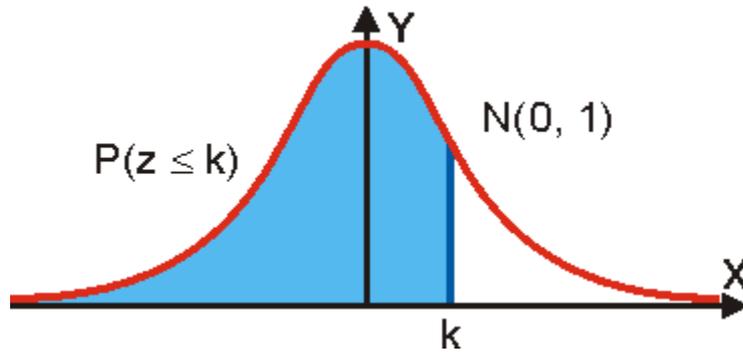
El tiempo semanal en minutos (min) dedicado a las redes sociales de los jóvenes españoles es una variable aleatoria cuya distribución es Normal con desviación típica 180 min. Se tomó una muestra aleatoria simple de 400 jóvenes.

Sabiendo que la media muestral fue $\bar{x} = 240 \text{ min}$

- a) (1 punto) Obtenga un intervalo de confianza al 95% para el tiempo medio semanal dedicado a las redes sociales.
- b) (1 punto) Determine el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, la amplitud del intervalo fuera inferior a 25min.

Nota: la amplitud del intervalo es la diferencia entre el extremo superior y el extremo inferior

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999