



## UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

PARA MAYORES DE 25 AÑOS

AÑO 2020

**MATERIA:** MATEMÁTICAS II

### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**INSTRUCCIONES:** El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni simbólicas. **Las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

**PUNTUACIÓN:** La puntuación total es de 10 puntos distribuidos conforme se indica en el enunciado de cada ejercicio.

**TIEMPO:** 1 hora y 30 minutos.

### OPCIÓN A

#### Ejercicio 1. (2.5 puntos)

En una tienda de vinos se venden dos marcas A y B, cuyos precios respectivos son 5 euros la botella de la marca A y 8 euros la botella de la marca B. La tienda oferta una rebaja del 20% en el precio de la marca A y del 15% en el precio de la marca B a los clientes que compren al menos una botella de cada marca. Un cliente acepta la oferta y se lleva el doble de botellas de la marca B que de la marca A. Al salir calcula que si hubiese comprado el mismo número de botellas, pero el doble de la A que de la B se habría ahorrado 8.4 euros. ¿Cuántas botellas compró de cada marca? ¿Cuánto pagó?

#### Ejercicio 2. (2.5 puntos)

Dados los puntos  $A(3, -1, 2)$ ,  $B(5, 1, 1)$  y  $C(2, 2, -3)$  se pide,

- (1.25 puntos) Hallar el volumen de la pirámide que tiene por vértices los tres puntos y el origen de coordenadas.
- (0.75 puntos) Obtener la ecuación del plano  $\pi$  que contiene al punto A y es perpendicular al vector  $\overrightarrow{BC}$ .
- (0.5 puntos) Calcular las coordenadas del punto medio del segmento  $\overline{AC}$ .

#### Ejercicio 3. (2.5 puntos)

- (1.25 puntos) Hallar la ecuación de la recta que es tangente a la parábola  $y = -x^2 + 2x + 3$  y cuya pendiente es  $m = -6$ .
- (1.25 puntos) Hallar el área de la región limitada por la parábola del apartado anterior y la parábola  $y = x^2 + 2x - 5$ .

#### Ejercicio 4. (2.5 puntos)

Se consideran dos sucesos A y B tales que

$$P(A) = 0.50, P(B) = 0.3 \text{ y } P(A \cap B) = 0.2.$$

Se pide:

- (0.5 puntos) ¿Son A y B independientes?
- (1.25 puntos) Calcular  $P(A \cup B)$ ,  $P(\bar{A} | B)$ .
- (0.75 puntos) Si C es otro suceso incompatible con A y B, ¿es incompatible con  $A \cup B$ ?

(Nota:  $\bar{A}$  representa el suceso contrario de A.)

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (2.5 puntos)

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ .

Se pide:

- (1 punto) Calcular las matrices producto  $AB$  y  $BA$ .
- (0.75 puntos) Determinar el rango de las matrices  $A$  y  $B$ .
- (0.75 puntos) ¿Tiene solución el sistema de ecuaciones  $BX = C$ ? Responder de manera razonada.

### Ejercicio 2. (2.5 puntos)

Dadas las rectas  $r \equiv \begin{cases} x + z = 3 \\ 2y - z = 1 \end{cases}$  y  $s \equiv \begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases}$

se pide,

- (1.25 puntos) Determinar la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ .
- (1.25 puntos) Comprobar que el punto  $A(4, 2, -1)$  pertenece a la recta  $s$  y encontrar otro punto,  $B$ , de la misma recta  $s$ , que diste del punto  $A$  tres unidades.

### Ejercicio 3. (2.5 puntos)

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} 1 - e^x, & \text{si } x < 0, \\ x - 3, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$

Se pide,

- (0.5 puntos) Determinar su asíntota horizontal.
- (1 punto) Calcular la expresión de la función derivada,  $f'(x)$ , en los puntos en que esté definida.
- (1 punto) Calcular  $\int_{-1}^4 f(x) dx$

### Ejercicio 4. (2.5 puntos)

El peso de los perros adultos de una cierta raza es una variable aleatoria de media 7.2 kilos y desviación típica 0.6 kilos. Se pide:

- (1.25 puntos) Calcular el porcentaje de perros que no supera los 6 kilos de peso.
- (1.25 puntos) Calcular el peso mínimo de un perro sabiendo que se encuentra entre el 33% de los perros más pesados.

# DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si  $Z$  tiene distribución  $N(0, 1)$ ,  $P(Z < 0,45) = 0,6736$ .

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN MATEMÁTICAS II

### Opción A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima 2.5 puntos)

Sirve cualquier método, tanto si plantean un sistema lineal de dos ecuaciones, como si plantean una sola ecuación con una incógnita teniendo en cuenta que la otra es el doble. Valorar resultados parciales.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima 2.5 puntos)

- Planteamiento: 0.75. Resolución: 0.5
- Planteamiento: 0.5. Resolución: 0.25
- Valorar adecuadamente cualquier respuesta no completa.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima 2.5 puntos)

Por plantear de manera correcta la obtención del punto de tangencia 0.75 puntos. Por obtenerlo, 0.5 puntos más.

En el segundo apartado. Determinar la región de integración 0.25 puntos. Plantear la integral 0.5 puntos. Resolverla 0.5 puntos.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima 2.5 puntos)

- Resolución: 0.5
- 0.5 puntos la primera probabilidad, 0.75 la segunda.
- Puntuación completa si la respuesta es correcta aunque la demostración no sea muy rigurosa.

### Opción B

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima 2.5 puntos)

En el apartado a) asignar 0,5 puntos si lo resuelven mal, pero ponen de manifiesto que conocen las dimensiones de la matriz producto.

Valorar con la puntuación máxima el apartado c) si intentan resolver y llegan a un absurdo, aunque no hagan uso del concepto de rango.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima 2.5 puntos)

- Planteamiento: 0.75. Resolución: 0.5
- Planteamiento: 0.75. Resolución: 0.5

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima 2.5 puntos)

Primer apartado 0.5 puntos. El segundo apartado 1 punto.

En el caso de que la solución no sea del todo correcta, se debe puntuar al menos con 0,25 puntos los siguientes aspectos: Saber que la asíntota horizontal lo es sólo en menos infinito. Saber que expresión hay que integrar en cada intervalo  $[-1,0]$  y  $[0,4]$ . Señalar que la función no es derivable en el origen.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima 2.5 puntos)

- Planteamiento: 0.75. Resolución: 0.5
- Planteamiento: 0.75. Resolución: 0.5.