



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
PARA MAYORES DE 25 AÑOS
AÑO 2020
MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

TIEMPO: 1 Hora y 30 minutos.
INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir **una** de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente **a los cuatro ejercicios** de que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
PUNTUACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (3 puntos)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- Calcúlense los valores de m para los que la matriz A no es invertible.
- Para $m = 0$, obténgase, si existe, la inversa de la matriz A .
- Para $m = 0$, resuélvase la ecuación matricial $AX = B$.

Ejercicio 2. (2,5 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

- Determinense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y sus mínimos.
- Sabiendo que $x = 2$ es una raíz de la ecuación $x^3 - 3x^2 + 4 = 0$, obténganse los puntos de corte de la gráfica de f con el eje OX, y esbócese la gráfica de f .

Ejercicio 3. (2,5 puntos)

En un instituto se han realizado 15 observaciones del peso en kg. (X) y la altura en metros (Y) de los alumnos de segundo de bachillerato, y se han obtenido los siguientes datos:

$$n = 15, \quad \sum_{i=1}^{15} x_i = 1045, \quad \sum_{i=1}^{15} y_i = 26'46, \quad \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 74177, \quad \sum_{i=1}^{15} y_i^2 = 46'8, \quad \sum_{i=1}^{15} x_i y_i = 1853'53$$

- Obténgase el coeficiente de correlación lineal entre X e Y .
- Determinense la recta de regresión para predecir la altura (Y) con respecto al peso (X).
- Estímese la altura de un alumno que pese 75 kg.

Ejercicio 4. (2 puntos)

Sea el experimento aleatorio consistente en lanzar al aire una moneda trucada y observar si sale cara o cruz, tal que la probabilidad de obtener cara es $0'6$. Se repite dos veces el experimento.

- Calcúlese la probabilidad de obtener dos caras.
- Calcúlese la probabilidad de obtener dos caras sabiendo que en el primer lanzamiento ha salido cara.
- Obténgase la probabilidad de que salga cara en al menos uno de los dos lanzamientos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (2,5 puntos)

Sea la región S del plano definida por las inecuaciones:

$$\begin{cases} x + 3y \leq 9 \\ y \geq 1 \\ x \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

- Representétese gráficamente la región S.
- Indíquense las coordenadas de todos los vértices de la región S y calcúlense los puntos de S donde la función $f(x, y) = 2x - y$ alcanza sus valores máximo y mínimo.

Ejercicio 2. (3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+7}{x^2-1} & \text{si } x < 3 \\ ax+3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$, con $a \in \mathbb{R}$.

- Determinése el dominio de f , así como sus asíntotas verticales, si existen.
- Calcúlese a para que f sea continua en su dominio.
- Para $a = 5$, calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x = 4$ y $x = 6$.

Ejercicio 3. (2,5 puntos)

Se sabe que cierta enfermedad puede ser producida por tres tipos de virus A, B, C. La probabilidad de infectarse en una determinada región con el virus A es de 0'1, con el virus B de 0'05 y con el virus C de 0'2, y una persona no puede infectarse con más de un virus. Una vez infectado, la probabilidad de que un individuo desarrolle la enfermedad es 0'3 si ha sido infectado con el virus A, 0'6 si ha sido infectado con el B y 0'2 si ha sido infectado con el C.

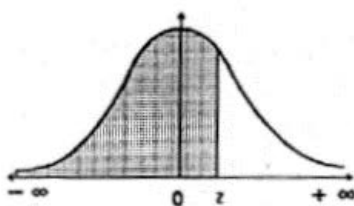
- Si un individuo está infectado ¿cuál es la probabilidad de que contraiga la enfermedad?
- Si un individuo está infectado y contrae la enfermedad, ¿cuál es la probabilidad de que estuviera infectado por el virus C?

Ejercicio 4. (2 puntos)

La longitud de las varillas fabricadas en cierta empresa (en cm) se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 40 cm y desviación típica 5 cm.

- Calcúlese la probabilidad de que una varilla tomada al azar de entre las fabricadas mida más de 42 cm.
- Si se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 49 varillas, calcúlese la probabilidad de que la media muestral sea inferior a 38 cm.

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0;1)



| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |
| 3,1 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 |
| 3,2 | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 |
| 3,3 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 |
| 3,4 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 |
| 3,5 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 |
| 3,6 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 3,7 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 3,8 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCION A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 3 puntos)

- a) Cálculo correcto del determinante, 0,5 puntos. Obtención correcta del valor de m , 0,5 puntos.
- b) Procedimiento correcto: 0,5 puntos. Cálculo correcto de la inversa, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Obtención correcta de X , 0,5 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 2,5 puntos)

- a) Cálculo correcto de la derivada: 0,25 puntos. Determinación correcta de los intervalos, 0,5 p. Obtención de puntos críticos, 0,25 puntos. Determinación de máximos y mínimos, 0,5 puntos.
- b) Puntos de corte, 0,5 p. Esbozo de gráfica coherente con los resultados obtenidos, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2,5 puntos)

- a) Expresión correcta de las fórmulas para σ_x , σ_y , σ_{xy} , ρ , 0,5 puntos. Cálculo correcto, 0,5 p.
- b) Expresión correcta de la ecuación de la recta, 0,5 puntos. Cálculo correcto, 0,5 puntos.
- c) Procedimiento correcto, 0,25 puntos. Estimación correcta, 0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2 puntos)

- a) Planteamiento correcto, 0,25 puntos. Solución correcta, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento correcto, 0,5 puntos. Solución correcta, 0,25 puntos.
- c) Planteamiento correcto, 0,5 puntos. Solución correcta, 0,25 puntos.

OPCION B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 2,5 puntos)

- a) Representación correcta de las inecuaciones, 0,25 puntos cada una de las 3 (sin contar $x \geq 0$), representación correcta de la región, 0,25 puntos.
- b) Cálculo correcto de los vértices, 0,25 puntos cada uno. Determinación correcta del máximo y el mínimo, 0,25 puntos cada uno.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 3 puntos)

- a) Dominio: 0,25 puntos. Planteamiento correcto de los límites: 0,25 puntos. Cada asíntota vertical: 0,25 puntos.
- b) Establecimiento correcto de las condiciones de continuidad, 0,5 puntos. Ecuación para obtener a , 0,25 puntos. Cálculo correcto de a , 0,25 puntos.
- c) Expresión correcta de la integral definida: 0,25 puntos. Obtención correcta de la primitiva: 0,25 puntos. Obtención correcta del área: 0,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2,5 puntos)

- a) Identificación correcta de las probabilidades que intervienen: 0,5
Planteamiento correcto probabilidad total: 0,5. Resultado correcto: 0,5
- b) Planteamiento correcto: 0,5. Solución correcta: 0,5

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2 puntos)

- a) Planteamiento correcto: 0,5; cálculo correcto de la probabilidad: 0,5
- b) Distribución de la media muestral: 0,25; planteamiento correcto: 0,5; cálculo correcto 0,25