UAM Universidad Autónoma de Madrid	**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID** PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria **2021** **MATERIA: MATEMÁTICAS II**	**Modelo de examen**

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Elija **una** de las dos opciones propuestas, A o B. Lea con atención y detenimiento los enunciados de los ejercicios y responda de manera razonada a los puntos concretos que se preguntan solamente en la opción elegida.
Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
DURACIÓN: 90 minutos.
CALIFICACIÓN: Cada ejercicio tiene una puntuación máxima de 2,5 puntos, repartidos como se indica en cada uno de los apartados.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (0,75 puntos) Hallar $\det A$.
b) (0,75 puntos) Hallar A^{-1}
c) (1 punto) Resolver el sistema

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. Sea $f(x) = 2e^{-3(x-1)}$. Se pide:

a) (0,75 puntos) Hallar su función derivada $f'(x)$.
b) (0,75 puntos) Hallar la ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ cuando $x = 1$.
c) (1 punto) Hallar el área bajo la gráfica de la función, entre los puntos de abscisas $x = 1$ y $x = 2$.

Ejercicio 3. Dada la recta

$$r \equiv \begin{cases} 5x - y - 5z = -16 \\ 5x - 3y + 5z = -8 \end{cases}$$

Se pide:

a) (1 punto) Hallar un vector director de la recta r.
b) (0,5 puntos) Hallar la ecuación del plano perpendicular a r que contiene al punto $(4, -2, 4)$.
c) (1 punto) Hallar el punto de la recta r más próximo a $(4, -2, 4)$.

Ejercicio 4. Al elegir al azar un ejemplar de conejo de una determinada población se sabe que la probabilidad de que tenga el gen A que determina el color rojo en los ojos es 0.40 y la probabilidad de que tenga el gen B que determina el pelo de color blanco es de 0.30. Ademas, la probabilidad de que tenga ambos es de 0.10. Se pide:

a) (0,5 puntos) Hallar la probabilidad de que tenga el gen A pero no el B.
b) (1 punto) Hallar la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos.
c) (1 punto) Decidir razonadamente si ambos caracteres son independientes.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

a) (1,75 puntos) Se quieren repartir 6000 litros de aceite en tres lotes. El primero de ellos debe doblar a la suma de los otros dos. El segundo debe tener 900 litros más que el tercero. ¿Cuántos litros debe tener cada uno?

b) (0,75 puntos) Halle el valor del determinante

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x<-1 \\ x^2-4 & -1 \leq x \leq 2 \\ 2-x & 2<x \end{cases}$$

Se pide:

a) (1 punto) Representar gráficamente la función.
b) (1 punto) Hallar los máximos y mínimos locales de la función e indicar en qué puntos x se alcanzan.
c) (0,5 puntos) Hallar $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

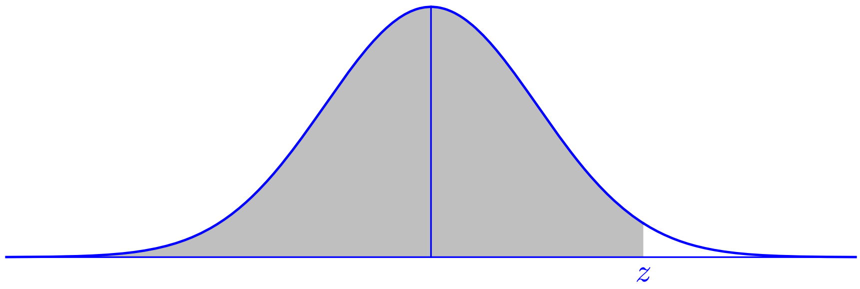
Ejercicio 3. Dados los puntos $P(1,3,-2)$ y $Q(2,1,0)$ y el vector $\mathbf{v}=(1,2,2)$, se pide:

a) (0,5 puntos) Hallar la distancia del punto P al punto Q.
b) (1 punto) Hallar la distancia del punto P al plano π que contiene al punto Q y es perpendicular al vector $\mathbf{v}$.
c) (1 punto) Hallar la distancia del punto P a la recta r que pasa por Q y tiene dirección $\mathbf{v}$.

Ejercicio 4. Un criador avícola vende pollitos ya sexados y garantiza que en sus lotes solamente el $10\,\%$ son machos.

a) (0,5 puntos) Si se eligen al azar dos pollitos de un lote ¿cuál será la probabilidad de que al menos uno sea macho?.
b) (1 punto) Si se eligen al azar 10 pollitos de un lote, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ningún macho?
c) (1 punto) En un lote de 400 pollitos ¿cuál es la probabilidad de que no haya más de 50 machos?

Tabla de la distribución Normal



Ejemplo: si Z tiene distribución $\mathrm{N}(0, 1)$, $P(Z < 0.45) = 0.6736$.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Modelo de examen

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. Cualquier argumento válido o razonamiento que conduzca a la solución del ejercicio será valorado con la puntuación correspondiente, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

a) Planteamiento: 0.50 puntos. Valor correcto: 0.25 puntos
b) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos correctos: 0.25 puntos.
c) Interpretación correcta del sistema: 0.25 puntos. Procedimiento: 0.5 puntos; cálculos 0.25 puntos.

Ejercicio 2.

a) Si parece saber cuál es la derivada de la exponencial: 0.5 puntos. Derivada correcta 0.25 puntos.
b) Si se conoce la fórmula: 0.5 puntos. Ecuación correcta: 0.25 puntos.
c) Plantea la intergral correctamente: 0.5 puntos. Primitiva correcta: 0.25 puntos. Evaluación correcta entre los límites: 0.25 puntos.

Ejercicio 3.

a) Procedimiento: 0.50 puntos. Cálculos:: 0.50 puntos.
b) Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
c) Procedimiento: 0.5 puntos. Cálculos: 0.5 puntos.

Ejercicio 4.

a) Procedimiento: 0.25 puntos. Valor correcto: 0.25 puntos.
b) Planteamiento correcto: 0.75 puntos. Valor correcto: 0.25 puntos.
c) Cualquier procedimiento correcto: 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

a) Asignar incógnitas para escribir un sistema: 0.25 puntos. Escribir un sistema lineal correcto: 0.75 puntos. Resolver el sistema correctamente: 0.5 puntos. Utilizar las soluciones obtenidas para contestar lo preguntado: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.50 puntos. Valor correcto: 0.25 puntos.

Ejercicio 2.

a) Evaluar con 0.25 puntos cada una de las ramas. Si la gráfica completa es correcta añadir 0.25 puntos.
b) Por cada uno de los tres extremos relativos: 0.25 puntos. Justificación: 0.25 puntos. Dar como justificación válida la basada en la gráfica correcta.
c) Cada límite: 0.25 puntos.

Ejercicio 3.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
b) Por la ecuación del plano: 0.25 puntos. Fórmula o planteamiento correcto: 0.50 puntos. Solución correcta: 0.25 puntos. Si no escribe explícitamente la ecuación del plano pero el planteamiento es correcto, conceder los 0.25 puntos correspondientes a la ecuación del plano.
c) Por la ecuación de la recta: 0.25 puntos. Fórmula o planteamiento correcto: 0.50 puntos. Solución correcta: 0.25 puntos. Si no escribe explícitamente la ecuación de la recta pero el planteamiento es correcto, conceder los 0.25 puntos correspondientes a la ecuación de la recta.

Ejercicio 4.

a) Planteamiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
b) Planteamiento: 0.75 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
c) Observar de alguna forma que se trata de una binomial: 0.25 puntos. Plantear la aproximación Normal: 0.25 puntos Convertir adecuadamente a la probabilidad de la Normal: 0.25 puntos. Resultado final: 0.25 puntos. No penalizar si no se usa la llamada «corrección por continuidad».

MATEMÁTICAS II

SOLUCIONES · MODELO 2021

OPCIÓN A

Ejercicio 1

(a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$

b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 2

a) $f'(x) = 2(-3)e^{-3(x-1)} = -6e^{-3(x-1)}$

(b) $f(1) = 2$; $f'(1) = -6$; $Y - 2 = -6(X-1)$; $Y = 8 - 6X$

c) $\int_1^2 2e^{-3(x-1)}dx = -\frac{2}{3}e^{-3(x-1)} \Big|_1^2 = -\frac{2}{3}(e^{-3} - 1)$.

Ejercicio 3

a) $v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -1 & -5 \\ 5 & -3 & 5 \end{vmatrix} = -20i - 50j - 10k$ ó cualquier múltiplo: $(2,5,1)$.

b) $2(x-4) + 5(y+2) + (z-4) = 0$; $2x + 5y + z = 2$

c) Un punto de r: $(-4,-4,0)$. Ecuaciones paramétricas de r: $(-4+2t, -4+5t, t)$. Punto de r en el plano: $2(2t-4) + 5(5t-4) + t = 2$; $t = 1$; el punto es: $(-2,1,1)$.

Ejercicio 4 Con la información dada:

	B	B^c	
A	0'1	0'3	0'4
A^c	0'2	0'4	0'6
	0'3	0'7	

a) $P(A \cap B^c) = 0'3$

b) $P(A^c \cap B^c) = 0'4$

c) Para que fueran independientes: $0'1 = P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0'12$
No lo son.

Opción B

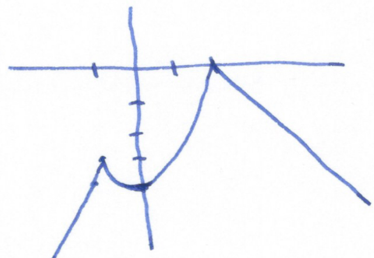
Ejercicio 1 a) Número de litros en cada lote: x, y, z.

Relaciones: 1º $x+y+z=6000$; 2º $x=2(y+z)$; 3º $y=z+900$

Solución del sistema $x=4000$, $y=1450$, $z=550$.

b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 6$

Ejercicio 2 a)



b) Máximos locales en $x=-1$ y $x=2$ con valores -3 y 0 respectivamente.

Mínimo local en $x=0$ con valor -4.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x-1 = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} 2-x = -\infty$.

Ejercicio 3 a) $d(P,Q) = \sqrt{(2-1)^2+(1-3)^2+2^2} = 3$.

b) Plano: $x-2+2(y-1)+2z=0$

$$d(P,\pi) = \frac{|1-2+2(3-1)+2(-2)|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{1}{3}$$

c) $$d(P,r) = \frac{|\vec{PQ}\times\vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{|(-8,0,4)|}{3} = \frac{\sqrt{80}}{3}$$

Ejercicio 4 N: nº de machos en el lote.

a) $N \sim Bin(2, 0'1)$; $P(N\geq 1) = 1-P(N=0) = 1-(0'9)^2 = 0'19$.

b) $N \sim Bin(10, 0'1)$ $P(N=0) = (0'9)^{10} = 0'35$

c) $N \sim Bin(400, 0'1) \simeq Nor(40, 6)$

$P(N\leq 50) = P(N<50'5) \simeq P\left(Z<\frac{50'5-40}{6}\right) = P(Z<1'75)$

$= 0'9599 \simeq 0'96$

(Z es la $Nor(0,1)$)

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

PRUEBAS DE ACCESO DE MAYORES DE 25 AÑOS

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

Curso 2020/21

CONTENIDOS Y ESTRUCTURA DEL EXAMEN

Las pruebas se elaborarán de acuerdo con la matriz de especificaciones recogida en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, matizada con las especificaciones de los estándares de aprendizaje evaluables de la orden ECD/1941/2016, de 22 de diciembre.

En esta matriz de especificaciones figuran cinco bloques de contenidos con igual peso asignado a cada bloque. Comoquiera que el primero de estos bloques no tiene propiamente contenidos sino que únicamente refiere los procesos, métodos y actitudes en matemáticas aplicables a los otros cuatro bloques, el examen constará de cuatro ejercicios igualmente ponderados (25 %), uno de cada cada uno de los cuatro bloques con contenido específico del currículo oficial de MATEMÁTICAS II, 2ºde Bachillerato: ÁLGEBRA, ANÁLISIS, GEOMETRÍA y PROBABILIDAD.

En los ejercicios se pedirá realizar tareas similares a algunas de las siguientes:

ÁLGEBRA

Representar datos estructurados y sistemas de ecuaciones lineales por medio de matrices.

Realizar operaciones elementales con matrices: sumas, productos, potencias. Aplicar correctamente las propiedades de estas operaciones. Estudiar la existencia de productos en función de las dimensiones.

Calcular el determinante de una matriz de orden menor o igual que 4. Manejar las propiedades elementales de los determinantes.

Determinar, en función de los valores de un parámetro, si una matriz de orden no superior a tres tiene o no inversa. Calcular la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Usar adecuadamente las propiedades de la matriz inversa.

Calcular el rango de una matriz con número de filas y de columnas no superior a 4.

Discutir el rango de una matriz que dependa como máximo de un parámetro.

Resolver sistemas de ecuaciones lineales. Discutir, según los valores de un parámetro, las soluciones de un sistema lineal con número de incógnitas no superior a 3.

Interpretar y expresar en lenguaje matricial problemas planteados en lenguaje usual que pueden resolverse mediante un sistema de ecuaciones lineales, con un máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas. Interpretar las soluciones del sistema lineal en términos de los elementos del problema planteado.

ANÁLISIS

Calcular límites de funciones en un punto y en el infinito. Calcular límites laterales y resolver indeterminaciones sencillas.

Interpretar el significado de la continuidad y la discontinuidad. Identificar funciones continuas y discontinuidades.

Manejar operaciones algebraicas con funciones continuas y composición de funciones continuas.

Usar el teorema de Bolzano para localizar soluciones de una ecuación.

Interpretar el concepto de derivada de una función en un punto. Utilizar las propiedades de la derivación en el cálculo de derivadas.

Usar derivadas para estudiar intervalos de crecimiento y decrecimiento y valores extremos. Plantear y resolver problemas de optimización.

Conocer y aplicar los resultados del Teorema de Rolle, el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hôpital.

Calcular primitivas inmediatas. Calcular la primitiva de una función que sea la derivada de una función compuesta. Integrar por partes. Calcular integrales que requieran un cambio de variables simple. Integrar funciones racionales (con denominador de grado no mayor que dos).

Calcular áreas de recintos limitados por rectas y curvas sencillas.

GEOMETRÍA

Operar con vectores en el espacio tridimensional. Estudiar la dependencia e independencia lineal. Manejar los conceptos de base y coordenadas.

Manejar el producto escalar: definición, propiedades e interpretación geométrica; ángulo entre dos vectores. Vectores unitarios y vectores ortogonales.

Manejar el producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica.

Manejar el producto mixto de tres vectores: definición, propiedades e interpretación geométrica.

Aplicar los distintos productos al cálculo de distancias, áreas y volúmenes.

Obtener y manejar las ecuaciones de una recta en el espacio, en cualquiera de sus formas.

Obtener y manejar la ecuación o ecuaciones de un plano.

Estudiar la posición relativa entre puntos, rectas y planos en el espacio.

Resolver problemas de geometría afín con puntos, rectas y planos.

Calcular distancias entre puntos, rectas y planos. Hallar el ángulo entre dos planos. Hallar el ángulo entre dos rectas que se corten. Hallar el ángulo entre una recta y un plano.

PROBABILIDAD

Calcular probabilidades de sucesos aleatorios mediante la regla de Laplace o mediante las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov.

Calcular probabilidades condicionadas. Usar el teorema de probabilidad total, la fórmula de Bayes y el concepto de independencia en el cálculo de probabilidades.

Identificar variables aleatorias discretas. Calcular probabilidades de sucesos asociados a una distribución binomial. Calcular la media y la desviación típica de una variable aleatoria con distribución binomial.

Calcular, utilizando la aproximación Normal, probabilidades de sucesos que se puedan modelizar mediante una distribución binomial.

Calcular probabilidades de sucesos que pueden modelizarse mediante una distribución Normal.

Las directrices, contenidos generales y orientaciones de las materias recogidas en este documento están elaborados con base en lo establecido por la normativa básica para las materias de 2º de Bachillerato, tanto en el ámbito nacional (Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, BOE de 3 enero de 2015) como en el de la Comunidad de Madrid (Resolución de 5 de junio de 2017, de la Dirección General de Universidades e Investigación, por el que se modifican las normas e instrucciones reguladoras de la prueba de acceso a la universidad para mayores de veinticinco años en el ámbito de la Comunidad de Madrid, BOCM de 16 junio de 2017).