



**UNIVERSIDAD DE ALCALÁ**  
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS  
DE LOS MAYORES DE 25 AÑOS



**Curso 2018-19**  
**MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**

**INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN**

**INSTRUCCIONES:** Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**TIEMPO MÁXIMO:** Una hora y media.

**CALIFICACIÓN:** Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

- Calcúlese la matriz  $A - 2B + 4C$ .
- Determinese la matriz  $X$  que verifica  $AX - B = X$ .

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y - mz = 6 \\ -2x + 2y + mz = 3 \\ x + y + mz = 4 \end{array} \right\}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro real  $m$ .
- Resuélvase el sistema para el caso  $m = 1$ .

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5$$

- Estúdiense sus extremos relativos.
- Calcúlese el área del recinto plano acotado por la gráfica de  $f(x)$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = 0$  y  $x = 1$ .

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

En un Instituto de Educación Secundaria el 32% de los estudiantes juegan al fútbol, el 16% de los estudiantes juegan al baloncesto y el 8% juegan a ambos deportes. Si se escoge un alumno de dicho Instituto al azar, calcule la probabilidad de que:

- No juegue a ninguno de los dos deportes.
- Juegue al baloncesto, sabiendo que juega al fútbol.

**Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

El consumo diario de sal por persona de una determinada población humana se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media 11 gramos y desviación típica 2 gramos. La Organización Mundial de la Salud (OMS) recomienda no superar los 5 gramos diarios.

- Calcule el porcentaje de personas de dicha población que incumple la recomendación de la OMS.
- Si se elige una muestra aleatoria simple de 4 personas de esa población, ¿cuál es la probabilidad de que el consumo diario medio de la muestra esté entre 10 y 12 gramos?

## OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1-m \\ -1 & m & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

- Estudie su rango en función del parámetro real  $m$ .
- Determinese la matriz inversa de  $A$  para  $m = -1$ .

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{rcl} x + 2y + mz & = & -5 \\ 2x + my - z & = & -10 \\ x & - & 3z = 15 \end{array} \right\}$$

- Discútase para los diferentes valores del parámetro real  $m$ .
- Resuélvase para  $m = 0$ .

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera la función:

$$f(x) = \frac{3}{3+x}$$

- Determinense las ecuaciones de sus asíntotas.
- Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en  $x = -1$ .

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un experimento aleatorio tales que  $P(A \cap B) = 0'6$  y  $P(A \cap \bar{B}) = 0'2$ . Se sabe que si ha ocurrido  $B$  la probabilidad de que ocurra  $A$  es  $0'8$ .

- Calcule:  $P(A)$  y  $P(B)$ .
- ¿Son  $A$  y  $B$  sucesos independientes?

Nota:  $\bar{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .

**Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

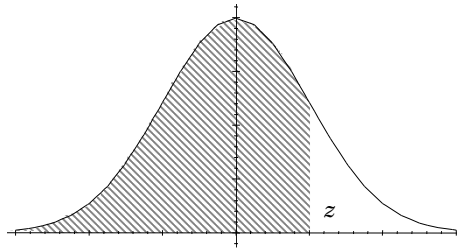
El contenido de vitamina C por 100 gramos de un tipo de naranjas, medido en miligramos (mg), se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media  $\mu = 60$  mg y desviación típica  $\sigma = 20$  mg. La dosis diaria mínima recomendada es de 90 mg.

- Calcule la probabilidad de que con 100 gramos de naranja de este tipo se cubra la dosis recomendada diaria mínima de vitamina C.

Se toma una muestra aleatoria simple de 16 porciones de 100 gramos de ese tipo de naranjas, ¿cuál es la probabilidad de que el contenido medio de la muestra sea menor de 70 mg?

## ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



<b>z</b>	<b>,00</b>	<b>,01</b>	<b>,02</b>	<b>,03</b>	<b>,04</b>	<b>,05</b>	<b>,06</b>	<b>,07</b>	<b>,08</b>	<b>,09</b>
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

### OPCIÓN A

#### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta de la matriz..... 1,00 punto.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación de X despejando.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de X ..... 0,50 puntos.

#### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto del determinante de la matriz reducida.....0,50 puntos.

Discusión correcta.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema.....1,00 punto.

#### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de la función derivada ..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de los extremos relativos..... 0,25 puntos.

Determinación correcta del máximo y mínimo..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto .....0,25 puntos.

Cálculo correcto de la función primitiva.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral definida.....0,25 puntos.

#### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida..... 0,50 puntos.

#### Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto del porcentaje..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto del determinante de la matriz.....0,50 puntos.

Discusión correcta del rango de A.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de  $A^{-1}$  .....0,50 puntos.

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto del determinante de la matriz reducida.....0,50 puntos.

Discusión correcta.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema.....1,00 punto.

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta de la asíntota vertical.....0,50 puntos.

Obtención correcta de la asíntota horizontal.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la función derivada.....0,25 puntos.

Fórmula correcta de la recta tangente.....0,25 puntos.

Determinación correcta de la recta tangente.....0,50 puntos.

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Determinación correcta de la independencia.....0,50 puntos.

### Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos).

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto.....0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

**NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.**

INDICACIONES A LA SOLUCIÓN

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.**

a)  $A - 2B + 4C = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & -5 \\ -3 & 15 \end{pmatrix}.$

b)  $AX - B = X \Rightarrow AX - X = B \Rightarrow (A - Id)X = B \Rightarrow X = (A - Id)^{-1}B$

$$X = (A - Id)^{-1}B = \left( \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 14 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 2.**

a)  $|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -m \\ -2 & 2 & m \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix} = 13m = 0, \forall m \neq 0$  existe solución única y es un SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.  
 $m = 0$  es un SISTEMA INCOMPATIBLE INDETERMINADO,  $\text{rg}(A) = 2 \neq 3 = \text{rg}(A^*)$ .

b) Si  $m = 1$  la solución es  $(1, 2, 1)$ .

**Ejercicio 3.**

$$f(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5 = (x-1)(x+1)(x-5)$$

a)  $f'(x) = 3x^2 - 10x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{5+2\sqrt{7}}{3} = 3'4305, x = \frac{5-2\sqrt{7}}{3} = -0'09716.$

$$f''(x) = 6x - 10 \Rightarrow \begin{cases} f''\left(\frac{5+2\sqrt{7}}{3} = 3'4305\right) = 10'583 > 0 \Rightarrow x = \frac{5+2\sqrt{7}}{3} = 3'4305 \text{ es mínimo} \\ f''\left(\frac{5-2\sqrt{7}}{3} = -0'09716\right) = -10'583 < 0 \Rightarrow x = \frac{5-2\sqrt{7}}{3} = -0'09716 \text{ es máximo} \end{cases}$$

b)  $f(x) \geq 0$  en  $[0, 1]$ ,  $\left| \int_0^1 f(x) dx \right| = \left| \int_0^1 (x^3 - 5x^2 - x + 5) dx \right| = \left| \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x \right]_0^1 \right| = \frac{37}{12} = 3'08333.$

**Ejercicio 4.**

$$P(F) = 0'32, P(B) = 0'16, P(F \cap B) = 0'08$$

a)  $P(\overline{F} \cap \overline{B}) = P(\overline{F \cup B}) = 1 - P(F \cup B) = 1 - [P(F) + P(B) - P(F \cap B)] = 1 - (0'32 + 0'16 - 0'08) = 0'6.$

b)  $P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{0'08}{0'32} = \frac{1}{4} = 0'25.$

**Ejercicio 5.**

a) Sea  $X$  v.a. "Consumo diario de sal"  $\approx N(11, 2)$

$$P(X > 5) = P\left(\frac{X-11}{\sqrt{2}} > \frac{5-11}{\sqrt{2}}\right) = P(Z > -3) = P(Z < 3) = 0'9987 \Rightarrow 99'87\%.$$

b)  $n=4, \bar{X}_4 \approx N\left(11, \frac{2}{\sqrt{4}}\right) \approx N(11, 1);$

$$P(10 \leq \bar{X}_4 \leq 12) = P\left(\frac{10-11}{1} \leq \frac{\bar{X}_4-11}{1} \leq \frac{12-11}{1}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = -1 + 2 \cdot P(Z \leq 1) = 1 - 2 \cdot 0'8413 = 0'6826.$$

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1.

$$a) |A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1-m \\ -1 & m & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = m^2 - m = m(m-1) = 0 \Rightarrow m = 0, 1 \text{ no existe } A^{-1}, \text{ y } \text{rango}(A)=2, \text{ pues } \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -2 \neq 0.$$

$$m \neq 0, 1 \Rightarrow \text{rango}(A)=3.$$

$$b) \text{ Si } m = -1, A^{-1} = \frac{1}{|A|}(A^*)^t, (A^*)^t \text{ es la matriz adjunta traspuesta, entonces } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1/2 \\ 3/2 & 1 & -1/2 \end{pmatrix}.$$

### Ejercicio 2.

$$a) |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & m \\ 2 & m & -1 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = (m+5)(2-m) = 0 \Rightarrow m = -5, 2 \Rightarrow \begin{cases} m = -5, 2 \Rightarrow \text{SISTEMA INCOMPATIBLE} \\ m \neq -5, 2 \Rightarrow \text{SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.} \end{cases}$$

$$b) \text{ Si } m = 0 \text{ la solución es } (-9, 2, -8).$$

### Ejercicio 3.

$$f(x) = \frac{3}{3+x}$$

$$a) \text{ Asíntota vertical: } x = -3. \\ \text{Asíntota horizontal: } y = 0. \text{ Asíntota oblicua: no tiene.}$$

$$b) f'(x) = \frac{-3}{(3+x)^2}, \text{ recta tangente: } y - f(-1) = f'(-1)(x+1)$$

$$f'(-1) = \frac{-3}{4}, \quad f(-1) = \frac{3}{2}, \quad y - \frac{3}{2} = \frac{-3}{4}(x+1) \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4} \Rightarrow y = -0'75x + 0'75.$$

### Ejercicio 4.

$$P(A \cap B) = 0'6, P(A \cap \bar{B}) = 0'2, P(A|B) = 0'8 = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$a) \begin{cases} P(B) = \frac{P(A \cap B)}{0'8} = \frac{0'6}{0'8} = 0'75. \\ P(A) = P(A \cup \Omega) = P(A \cup (B \cup \bar{B})) = P(A \cup B) + P(A \cup \bar{B}) = 0'6 + 0'2 = 0'8. \end{cases}$$

$$b) P(A|B) = P(A) \Rightarrow A \text{ y } B \text{ son independientes.}$$

### Ejercicio 5.

$$a) \text{ Sea } X \text{ v.a. "Contenido de vitamina C"} \approx N(60, 20)$$

$$P(X \geq 90) = P\left(\frac{X-60}{20} \geq \frac{90-60}{20}\right) = P(Z \geq 1'5) = 1 - P(Z < 1'5) = 1 - 0'9332 = 0'0668.$$

$$b) n=16, \bar{X}_{16} \approx N\left(60, \frac{20}{\sqrt{16}}\right) \approx N(60, 5); \quad P(\bar{X}_{16} < 70) = P\left(\frac{\bar{X}_{16}-60}{5} < \frac{70-60}{5}\right) = P(Z < 2) = 0'9772.$$