

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO MÁXIMO: Una hora y media.

CALIFICACIÓN: Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y & = -1 \\ -x + y + z & = 1 \\ 2x & - mz = -2 \end{cases}$$

- a) Discútase según los distintos valores del parámetro real m .
b) Resolverlo para $m = -1$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) Determínese la matriz X que verifica la igualdad $AX = B + C$
b) Calcúlese el determinante de la matriz $A^{-1}CA$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{5x^2}{x-2}$$

- a) Estúdiense las asíntotas de $f(x)$.
b) Calcúlense los máximos y mínimos locales de $f(x)$ y determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función $f(x) = x^2 - 9$, calcúlese:

- a) El área del recinto plano acotado por la gráfica de f y la recta $y = -2x - 6$.
b) El punto en el que la tangente a la gráfica de $f(x) = x^2 - 9$ es la recta $y = -2x - 10$.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se consideran los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, -1)$ y $C(2, 2, 1)$, y la recta dada por las ecuaciones paramétricas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$$

- a) Determínese la ecuación del plano π que pasa por los tres puntos A , B y C .
b) Calcúlese el seno del ángulo que forman el plano π anterior y la recta r .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real m :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -x + 2y + 5z = 3 \\ -2x + y + 3z = m \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los distintos valores de m .
- Resuélvase para $m = 1$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & m & 2 \end{pmatrix}$$

- Estúdiense el rango de A según los valores del parámetro real m .
- Calcúlese, si existe, la matriz inversa de A para $m = 3$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$$

- Estúdiense sus asíntotas.
- Determinense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en su dominio de definición.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = (2x - 3)^5 + e^{3x}$$

- Determinense su función derivada.
- Calcúlese el valor de la integral definida

$$\int_0^1 f(x) dx$$

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sean las rectas

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y = 2 \\ z = 0 \end{cases}, \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases}$$

- Determinense la ecuación del plano π que contiene la recta r y es paralelo a la recta s .
- Calcúlese el punto de intersección de la recta s con el plano $x - y + z = 1$.