

**Instrucciones:** a) Duración: **1 hora y 30 minutos**.  
b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.  
c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.  
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.  
e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

### EJERCICIO 1

a) [5 puntos] Resuelve la ecuación  $\frac{x+1}{x^2-2x} + \frac{x-1}{x} = 2$ .

b) [5 puntos] Calcula la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por el punto  $O(0,0)$  y por el punto de intersección de las rectas  $y = x$  e  $y = -3x + 8$ .

### EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Determina un número de dos dígitos sabiendo que la suma de sus dígitos es 12 y que si le restamos el número que resulta de intercambiar ambos dígitos, la diferencia es 36.

b) [5 puntos] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de la función  $f(x) = \frac{5x^3}{x^2-1}$  si  $x \neq \pm 1$ .

### EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Calcula  $\int_{-2}^2 f(x)dx$ , sabiendo que  $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 1, \\ \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$

b) [5 puntos] Sabiendo que  $\cos(2\alpha) = \frac{7}{25}$  y  $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , halla  $\sin(\alpha)$ ,  $\cos(\alpha)$  y  $\operatorname{tg}(\alpha)$ .

### EJERCICIO 4

a) [5 puntos] Halla  $a$  y  $b$  sabiendo que el polinomio  $p(x) = x^2 + ax + b$  es divisible por  $x - 1$  y tiene resto 1 al dividirlo entre  $x + 1$ .

b) [5 puntos] Resuelve el sistema de inecuaciones  $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0, \\ x > 0. \end{cases}$  Representa sus soluciones sobre la recta real.

### EJERCICIO 5

a) [5 puntos] Simplifica al máximo la siguiente expresión:  $\sin^2(\alpha) (\operatorname{tg}^2(\alpha) - \sec^2(\alpha)) - \cos^2(\alpha)$ .

b) [5 puntos] Comprueba que la recta  $y - 2x + 3 = 0$  es paralela a la recta que pasa por los puntos  $A(1,3)$  y  $B(2,5)$ . Calcula la distancia entre dichas rectas.

### EJERCICIO 6

a) [5 puntos] Desarrolla y simplifica  $(2x - 3y)^4$ , utilizando el binomio de Newton.

b) [5 puntos] Calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - n}{n}$ .