

MATEMÁTICAS

INDICACIONES

El examen consta de **seis ejercicios**. El alumno ha de elegir y resolver **tres** de ellos completos.

Cada ejercicio tiene un valor máximo de 10 puntos. La nota del examen será igual a la media aritmética de las notas de los tres ejercicios elegidos.

Las respuestas deben ser razonadas.

No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

Si responde a más de tres ejercicios, solo se corregirán los tres primeros que haya resuelto según el orden en que se presenten en el cuadernillo de examen.

Elija 3 de los 6 ejercicios propuestos

Problema 1 Considera la ecuación matricial $AX = B$, en donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ t & -4 \end{pmatrix}$, y $B = \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \end{pmatrix}$.

1. Estudia el rango de la matriz A en función del parámetro t .
2. Calcula la inversa de A para $t = -3$.
3. Calcula X para $t = -3$.

Problema 2

Considera la función $f(x) = \frac{1}{1-2x}$.

1. Calcula el dominio y las asíntotas de $f(x)$.
2. Calcula la derivada de $f(x)$.
3. Estudia el signo y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

Problema 3

Considera los vectores $\vec{u} = (1, 1)$ y $\vec{v} = (-1, 1)$ y el punto $A = (1, 2)$.

1. Calcula el ángulo que forman los vectores \vec{u} y \vec{v} .
2. Calcula la ecuación de la recta, r , con vector director $\vec{w} = \vec{OA} + \vec{u}$ y que pasa por el origen de coordenadas, O .
3. Calcula la ecuación de una recta perpendicular a r que pase por A .

Problema 4

Considera el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x + (1 - \lambda)y &= \lambda \\ (1 + \lambda)x - 3y &= -\lambda \end{cases}$$
 dependiente del parámetro λ .

1. Escribe el sistema en forma matricial y halla el valor de λ para qué valores de λ el sistema no tiene solución.
2. Determina para qué valores de λ el sistema tiene infinitas soluciones.
3. Determina para qué valores de λ el sistema tiene solución única y resuélvelo para $\lambda = 4$ en caso de que sea posible.

Problema 5

Considera la función $f(x) = 3x^2$.

1. Haz un esbozo de la gráfica de $f(x)$.
2. Halla una primitiva de $f(x)$.
3. Halla el área limitada por $f(x)$, las rectas $x = 0$, $x = 1$ y el eje OX .

Problema 6

Considera los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 3, -1)$ y $C = (3, 0, 1)$.

1. Calcula la ecuación de la recta paralela al vector \overrightarrow{AB} y que pasa por C .
2. Calcula la distancia de A a B .
3. Calcula un vector perpendicular a \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{AC} .