



MATEMÁTICAS

INDICACIONES

- Resuelva tres de los cuatro ejercicios propuestos.
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 10 puntos. La nota del examen será igual a la media aritmética de las notas de los tres ejercicios elegidos.
- Las respuestas deben ser razonadas.
- No se permite el uso de calculadores gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

Problema 1

Considere el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 6x & + & az & = & 8 \\ x & + & y & + & az & = & 4 \\ ax & + & y & - & z & = & 0 \end{cases}$$

1. Clasifique el tipo de sistema en función del valor de $a \in \mathbb{R}$.
2. Calcule, si existen, todas las soluciones en el caso $a = -2$.
3. Calcule, si existen, las soluciones en el caso $a = 1$.

Problema 2

Sea f la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1. Calcule el dominio y estudie su continuidad.
2. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como las asíntotas. Esboce el grafo de f .
3. Calcule $\int_0^3 (x^2 - 1)dx$.

Problema 3

1. Calcule el vector director de la recta del espacio

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

2. Calcule la recta u ortogonal al plano $s \equiv 3x - 2y = 8$ que pase por el punto $(2,2,0)$.

Problema 4

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ a & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Calcule para qué valores de a la matriz AB admite inversa.
2. Determine para qué valores de a la matriz BA admite inversa.
3. Calcule, razonadamente, la matriz inversa de AB cuando $a = 2$.