

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A 1. (2,5 puntos) Para la función $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 3}$

- a) (1,25 puntos) Obtener su dominio de definición y sus asíntotas.
- b) (1,25 puntos) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

A 2. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Estudiar qué relación deben verificar α y β para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \beta x, & x < 1 \\ \frac{4}{1+x} - \alpha e^{2x-1}, & x \geq 1 \end{cases} \text{ sea continua en } \mathbb{R}.$$

- b) (1,25 puntos) Para $\alpha = 1$ y $\beta = 2 - e$, obtener $\int_0^2 f(x) dx$.

A 3. (2,5 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} \delta & 1 & -1 \\ 0 & -\delta & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) (1,25 puntos) Estudiar para qué valores de δ existe la inversa de A .
- b) (1,25 puntos) Para $\delta = 0$ calcular la inversa de la matriz $A - B + 2I$.

A 4. (2,5 puntos) Vivimos en un bloque de 300 apartamentos con detector o alarma de incendios en todos ellos. Durante el año pasado en 250 apartamentos ni se activó la alarma ni hubo ningún incendio. Sin embargo en un total de 48 apartamentos sonó la alarma, y en un total de 6 apartamentos hubo algún tipo de incendio destacable.

- a) (0,75 puntos) ¿Qué tanto por ciento de apartamentos sufrió algún tipo de incendio destacable?
- b) (1 punto) Con toda esta información, determinar en cuantos apartamentos hubo incendio y sonó la alarma correctamente.
- c) (0,75 puntos) Si en un apartamento ha sonado la alarma, ¿qué probabilidad hay de que realmente se haya producido un incendio? (expresa la probabilidad también como un tanto por ciento).

OPCION B

B 1. (2,5 puntos)

a) (1,25 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x-3}{x^2-8x+15}$, estudiar si tiene puntos de inflexión.

b) (1,25 puntos) Calcular

$$i) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-5} \right)^{8x}, \quad ii) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2+1}{x-2} \right)$$

B 2. (2,5 puntos) Para las funciones $h(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = 1 - x^3$

a) (1 punto) Obtener $h'(1/2) - g''(1/6) + h(1)$.

b) (1,5 puntos) Calcular $\int_0^1 -\frac{g(x)}{h(x)} dx$

B 3. (2,5 puntos) Sean $P = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $Q = \begin{pmatrix} a & 5 \\ 5 & c \end{pmatrix}$

a) (1,5 puntos) Calcular la relación que deben verificar a y c para que $PQ = QP$.

b) (1 punto) En el caso $c = 7$ obtener los valores de a para que se satisfaga que el rango de la matriz $P - Q$ sea 2.

B 4. (2,5 puntos) En una plataforma de juegos virtuales, los logros de cada jugador son sumados en una puntuación global que se presenta junto con las horas de juego empleadas. Utilizando los siguientes datos (X en miles de horas jugadas e Y en puntuación global alcanzada)

X (miles de horas)	0,5	1	1,25	1,75	2,25	2,5
Y (puntos)	700	1250	1400	1800	2100	2350

a) (0,75 puntos) Calcular la puntuación media y el número medio de horas jugadas por esta muestra de jugadores.

b) (1 punto) Calcular la ecuación de la recta de regresión que predice la puntuación en función de las horas jugadas.

c) (0,75 puntos) Utilizar la recta anterior para estimar la puntuación media de un jugador que alcanzara las 3000 horas de juego (recordar que la variable X está medida en miles de horas). ¿Es esta puntuación estimada triple o aproximadamente triple de la registrada por un jugador con 1000 horas de juego?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

OPCIÓN A

A 1.

- a) Se dará hasta 0,25 puntos por el cálculo del dominio y hasta 1 punto por las asíntotas.
- b) Se adjudicará 0,5 puntos por el cálculo de la primera derivada.

A 2.

- a) Se contará hasta 0,5 puntos conocer la definición de continuidad.
- b) Plantear correctamente la integral valdrá 0,5 puntos.

A 3.

- a) Se valorará cualquier metodología usada si es correcta.
- b) Se adjudicará 0,25 puntos por construir correctamente la matriz $A - B + 2I$.

A 4. (2,5 puntos)

Se valorará conocer la teoría necesaria para resolver el problema hasta con 1 punto.

OPCIÓN B

B 1.

- a) Se dará hasta 0,5 puntos por calcular cada derivada de la función.
- b) Se adjudicará 0,5 puntos al cálculo del primer límite y 0,75 puntos al cálculo del segundo límite.

B 2.

- a) Se adjudicará hasta 0,5 puntos por el cálculo de las derivadas de $h(x)$ y $g(x)$.
- b) Se tendrá en cuenta el planteamiento correcto para realizar la integral hasta con 0,5 puntos.

B 3.

- a) Plantear bien las igualdades término a término de las matrices producto se contará hasta 0,75 puntos.
- b) Se valorará conocer la definición de rango de una matriz hasta 0,5 puntos.

B 4.

No se dará la máxima puntuación si no están totalmente justificados todos los cálculos. Por conocer las fórmulas necesarias para la resolución del problema se asignará hasta 1 punto.